getheilet, und solches kan auf 5 verschiedene Arten geschehen, nemlich durch die Diagonales I. ac, ad; II. bd, be; III. ca, ce; IV. da, db; V. ec, eb.

Ferner kan ein Sechseck durch 3 Diagonales in 4 Triangula zerschnitten werden, und dieses kan auf 14 verschiedene Arten geschehen. Nun ist die Frage generaliter, da ein Polygonum von n Seiten durch $n-3$ Diagonales in $n-2$ Triangula zerschnitten wird, auf wie vielerley verschiedene Arten solches geschehen könne. Setze ich nun die Anzahl dieser verschiedenen Arten $= x$, so habe ich per Inductionem gefunden

wann $n = 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10$

so ist $x = 1,\ 2,\ 5,\ 14,\ 42,\ 132,\ 429,\ 1430$.

Hieraus habe ich nun den Schluss gemacht, dass generaliter sey

$$x = \frac{2.\,6.\,10.\,14.\,18.\,22.\ \ldots\ (4n-10)}{2.\,3.\,4.\,5.\,6.\,7.\ \ldots\ (n-1)}$$

oder es ist

$1 = \frac{2}{2}$; $2 = 1.\frac{6}{3}$; $5 = 2.\frac{10}{4}$; $14 = 5.\frac{14}{5}$; $42 = 14.\frac{18}{6}$; $132 = 42.\frac{22}{7}$; dass alle aus einer jeden jedesmahl die folgende leicht gefunden wird. Die Induction aber, so ich gebraucht, war ziemlich mühsam, doch zweifle ich nicht, dass diese Sach nicht sollte weit leichter entwickelt werden können. Ueber die Progression der Zahlen 1, 2, 5, 14, 42, 132, etc. habe ich auch diese Eigenschaft angemerket, dass

$$1 + 2a + 5a^2 + 14a^3 + 42a^4 + 132a^5 + \text{etc.} = \frac{1-2a-\sqrt{(1-4a)}}{2aa}$$

Also wann $a = \frac{1}{4}$, so ist $1 + \frac{2}{4} + \frac{5}{4^2} + \frac{14}{4^3} + \frac{42}{4^4} + \text{etc.} = 4$.

Ew. Hochwohlgeb. ... meinige bestens zu Ew. Hochwohlgeb. ... und beständigen Gewogenheit gehorsamst empfehlen, und habe die Ehre mit der schuldigsten Hochachtung lebenslang zu verharren

Ew. Hochwohlgebornen

Berlin d. 4ten Sept 1751.

gehorsamster Diener
L. Euler