

Capitel 1.

Die gebräuchlichsten combinatorischen Operationen.

§ 1. Unterwerfen wir eine Reihe von Dingen, bei denen wir von allen Eigenschaften eines jeden und also insbesondere von den Verschiedenheiten der einzelnen unter einander absehen, der mathematischen Betrachtung, so werden wir zur Bildung ganzer Zahlen und ihrer Verknüpfungsgesetze, d. h. zur Zahlentheorie geführt.

Sehen wir dagegen nicht von den Eigenschaften eines jeden Dinges ab, ziehen jedoch die Verschiedenheit der Dinge nur soweit in den Bereich der Betrachtung, dass nicht ohne Weiteres das Eine für das Andere gesetzt werden darf, dann werden wir auf Untersuchungen hingewiesen, welche mit der Stellung, der Anordnung, der Auswahl dieser Dinge in Zusammenhang stehen. Dieser Zweig der Mathematik heisst die Combinatorik*).

Die Anfänge der Combinatorik lassen sich weit zurück verfolgen; als Zweig der Wissenschaft darf sie jedoch erst von Bl. Pascal, G. W. Leibnitz, J. Wallis, besonders aber von Jac. Bernoulli I und A. de Moivre ab gelten**).

Combinatorische Operationen lassen sich in beliebiger Anzahl aufstellen.

Die wichtigsten unter diesen Operationen sind die Permutation und die Combination. Sie vollziehen sich an gegebenen Objecten, Dingen, die wir Elemente benennen und ganz willkürlich bezeichnen können. Der Uebersichtlichkeit halber wollen wir sie entweder durch Zahlen $1, 2, 3, \dots$ oder durch Buchstaben $a, b, c, \dots, \alpha, \beta, \gamma, \dots$ andeuten.

Die Permutationen werden durch die verschiedenen Anordnungen von gegebenen Dingen geliefert; die Combinationen durch die verschiedene Auswahl aus gegebenen Dingen, ohne dass dabei deren Stellung oder Anordnung berücksichtigt würde.

*) Leibnitz gebraucht zum ersten Male den Namen „ars combinatoria“.

***) Bl. Pascal: *Traité du triangle arithmétique*. Paris 1665, geschrieben 1664 (Op. posth.). G. W. Leibnitz: *Dissertatio de arte combinatoria*. Lipsiae 1668. Opp. II. T. I. p. 339. J. Wallis: *Treatise of algebra*. London 1673 und 1685; vierter Anhang. J. Bernoulli: *Ars conjectandi*. Basil. 1713 (Op. posth, Zweiter Teil. (Uebersetzung von R. Haussner, Leipz. Engelmann 1899)). A. de Moivre: *Probabilities*. London 1718.