2007

с треугольными гранями полиномов объема. Для гомеоморфных 2-сфере полиэдров упрощено первоначальное доказательство. Доказательство основано на полученном авторами результате о существовании у указанных полиэдров специальной вершины. Даются оценки степени полиномов объема. Рассматривается также случай 2-тора.

С. Богатый

07.02-13A.536 Жесткость и полиномиальные инварианты выпуклых политопов. Rigidity and polynomial invariants of convex polytopes. *Fedorchuk Maksym, Pak Igor.* Duke Math. J. 2005. 129, № 2, с. 371–404. Библ. 52. Англ.

Предложен алгебраический подход к классической проблеме построения выпуклого политопа по его плоской триангуляции и длинам его ребер. Авторы вводят полиномиальные инварианты политопа и показывают, что они удовлетворяют полиномиальным соотношениям (от квадратов длин ребер). Наиболее известным является полиномиальное соотношение Сабитова для объемов (невыпуклых) политопов. Приведем основной результат статьи.

Пусть G — плоская триангуляция с m ребрами и $\mathcal{I} = \mathcal{I}_G(\cdot)$ — полиномиальный инвариант выпуклых политопов с графом G. Тогда \mathcal{I} удовлетворяет нетривиальному полиномиальному соотношению

$$C_{N}\mathcal{I}^{N} + C_{N-1}\mathcal{I}^{N-1} + \dots + C_{1}\mathcal{I} + C_{0} = 0,$$

где коэффициенты $C_r \in \mathbf{C}[e_1^2, \dots, e_m^2]$ зависят только от графа G и инварианта \mathcal{I} . Для степени N полинома справедлива оценка $N \leq 2^m$.

С. Богатый

07.02-13A.537 К одному открытому вопросу и его приложению. On an open question and its application. *Zhang Hai-juan*, *Leng Gang-song*. *Shanghai daxue xuebao*. *Ziran kexue ban* = *J*. *Shanghai Univ. Natur. Sci.* 2005. 11, № 4, с. 408–411. Библ. 4. Кит.; рез. англ.

Доказывается, что для положительных чисел $x_i>0$ $(i=1,\,2,\ldots,\,n)$ с $\sum_{i=1}^n x_i=1$ и k>2 $(k\leq n)$ имеет место неравенство

$$\sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \ldots < i_k \leq n} \frac{1}{1 - x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_k}} \leq \frac{C_n^k}{1 - \frac{1}{n^k}},$$

причем равенство имеет место тогда и только тогда, когда $x_1 = x_2 = \ldots = x_n$. Даются приложения к полиэдрам. В случае k=2 справедливость соответствующего неравенства доказал в 2002 Бенце, который вместе с Асланажичем высказал в 2003 году общий случай в качестве открытого вопроса. С. Богатый

07.02-13А.538 Обобщенная формула Шлефли для многогранников с искривленными гранями и ее применение к гипотезе Кнезера—Поульсена. A Schläfli-type formula for polytopes with curved faces and its application to the Kneser-Poulsen conjecture. $Csik\acute{o}s$ $Bal\acute{a}zs$. Monatsh. Math. 2006. 147, № 4, с. 273–292. Библ. 20. Англ.

Пусть (P_1,\ldots,P_k) и (Q_1,\ldots,Q_k) — два k-элементных набора точек в E^n . В каком случае неравенства

$$dist(P_i, P_j) \geqslant dist(Q_i, Q_j)$$

для любых $1 \leqslant i < j \leqslant k$ влекут неравенство для объемов

$$\operatorname{Vol}\left(\bigcup_{1}^{k} B(P_i, r)\right) \geqslant \operatorname{Vol}\left(\bigcup_{1}^{k} B(Q_i, r)\right)$$

объединения шаров радиуса r с центрами в выбранных точках?

Кнезеру и Поульсену принадлежит несколько гипотез на этот счет, в частности, это верно для E^n . Эту гипотезу удалось подтвердить только на плоскости. Автор рассматривает