CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur les treillis formés par les partitions d'un entier et leurs applications à la théorie des probabilités.* Note de M. **Tadepalli Venkata Narayana**, présentée par M. Émile Borel.

1. Étant donné un entier n, nous définissons une r-partition de n comme suit :

Une r-partition de $n\,(t_1, \ldots, t_r)$ est un ensemble de t_i où $t_i \geqq 1$ est un entier pour $i = 1, \ldots, r$, tel que

$$t_1 + \ldots + t_r = n.$$

Nous considérons $(t_1, t_2, \ldots, t_r)$, $(t_2, t_1, \ldots, t_r)$ où $t_1 + \ldots + t_r = n$, comme r-partitions distinctes de n, excepté si $t_1 = t_2$.

Étant donnés deux entiers r, $n\,(1 \leqq r \leqq n)$, considérons toutes les C_{n-1}^{r-1} r-partitions de n. Nous disons que la r-partition de $n(t_1, \ldots, t_r)$ *domine* la r-partition de $n\,(t'_1, \ldots, t'_r)$, si et seulement si,

$$\text{(A)} \qquad \left\{ \begin{array}{c} t_1 \geqq t'_1, \\ t_1 + t_2 \geqq t'_1 + t'_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ t_1 + \ldots + t_{r-1} \geqq t'_1 + \ldots + t'_{r-1}. \end{array} \right.$$

Visiblement

$$t_1 + \ldots + t_r = t'_1 + \ldots + t'_r = n.$$

La relation de domination définie par (A) est une relation d'ordre partiel définie sur les r-partitions de n.

Théorème 1. — *Étant donnés deux entiers r, n, $1 \leqq r \leqq n$, les r-partitions de n forment un treillis distributif.*

Supposons que nous numérotions les r-partitions de n, prises dans un ordre quelconque par les symboles $p_1, p_2, \ldots, p_{C_{n-1}^{r-1}}$. Soit x_i le nombre de partitions dominées par p_i dans l'ensemble $p_i, \ldots, p_{C_{n-1}^{r-1}}$, $i = 1, 2, \ldots, C_{n-1}^{r-1}$. Évidemment, la somme $x_1 + \ldots + x_{C_{n-1}^{r-1}} = (n, r)$ est indépendante de l'ordre choisi pour le numérotage et dépend seulement de n et r.

Théorème 2. — *Pour tout entier r, $n(1 \leqq r \leqq n)$, on a*

$$(n, r) = \frac{C_n^r C_n^{r-1}}{n}.$$

Visiblement

$$(n, r) = (n, n - r + 1).$$

2. Appliquons ce résultat à la théorie des probabilité. Supposons que nous ayons deux pièces de monnaies 1 et 2. Les probabilités d'amener face quand on les jette sont respectivement p_1, p_2 et par conséquent, les probabilités d'amener pile sont q_1, q_2 où $q_i = 1 - p_i$, $i = 1, 2$. Nous supposons dans ce qui suit, que $p_1 + p_2 > 1$.

Considérons le jeu G_2 (¹) avec les règles suivantes :

1° La première épreuve est faite avec la pièce 1.

2° Pour $n > 1$, la $n^{\text{ième}}$ épreuve est faite avec la pièce 1 ou la pièce 2, selon que le résultat de la $(n-1)^{\text{ième}}$ épreuve était pile ou face.

3° Nous terminons la suite d'épreuves au moment où pour la première fois, le nombre total des faces obtenues — avec les deux pièces — dépasse de deux (exactement) le nombre total des piles obtenues.

Puisque nous avions supposé que $p_1 + p_2 > 1$, la probabilité que le jeu G_2 se termine en un nombre fini, n, d'épreuves, approche de l'unité quand $n \to \infty$.

Nous obtenons l'identité

$$\frac{p_1 p_2}{(1-p_1 q_2)} + \frac{q_1 p_1 p_2^2}{(1-p_1 p_2)^3} + \frac{q_1^2 p_1 p_2^3}{(1-p_1 q_2)^5}(1+p_1 q_2) + \frac{q_1^3 p_1 p_2^4}{(1-p_1 q_2)^7}(1+3p_1 q_2 + p_1^2 q_2^2) + \ldots = 1,$$

où

$$p_1 + p_2 > 1, \qquad p_i = 1 - q_i, \qquad (i = 1, 2),$$

le terme général de cette série étant

$$\frac{q_1^r p_1 p_2^{r+1}}{(1-p_1 q_2)^{2r+1}} \frac{1}{r}(C_r^1 C_r^0 + C_r^2 C_r^1 p_1 q_2 + \ldots + C_r^r C_r^{r-1} p_1^{r-1} q_2^{r-1}).$$

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Ondes liquides de gravité abordant une plage inclinée sur l'horizon de l'angle : $\alpha = \pi/2q$, (q entier).* Note (*) de M. **Georges Brillouët**, présentée par M. Henri Villat.

Solution la plus générale du problème (cas bidimensionnel). Extension des résultats obtenus dans une Note précédente (¹). Approximation de la forme de la surface libre pour l'onde stationnaire finie sur la rive.

1° Si le domaine liquide $\mathcal{D}$ est limité par Ox (surface libre), Ot (fond), le potentiel complexe $f(z)$ est solution du problème suivant :

Trouver une fonction $f(z)$ analytique dans $\mathcal{D}$, régulière dans $\mathcal{D}$ sauf peut-être en O, telle que

$$(1) \qquad \mathcal{I}\left(\frac{df}{dz} + if\right) = 0 \quad \text{sur } Ox;$$

$$(2) \qquad \mathcal{I}\left(e^{-i\frac{\pi}{2q}}\frac{df}{dz}\right) = 0 \quad \text{sur } Ot.$$

(¹) Des jeux semblable à G_2 ont été considérés par l'auteur dans sa Thèse de doctorat : *Sequential Procedures in Probit Analysis* (Université de Caroline du Nord).

(*) Séance du 7 mars 1955.

(¹) *Comptes rendus*, **239**, 1954, p. 860.